



แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา ค32101 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง

แผนการเรียนรู้ที่ 10 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

เวลา 20 ชั่วโมง

เวลา 3 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) อธิบายความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้ (K)
- 2) เขียนค่านวณเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในรูปติดรากได้ (P)
- 3) รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะจะมีสมบัติเหมือนกับเลขยกกำลังที่เป็นจำนวนเต็ม และยังสามารถเขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะเป็นจำนวนที่ติดรากและใช้สมบัติของรากได้

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดคล่อง	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

ชิ้นงานที่ 18 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ชิ้นงานที่ 19 เรื่องการคูณและหารเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ชิ้นงานที่ 20 เรื่องการบวกและลบเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deduction)

ชั่วโมง 1

ขั้นเตรียม (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูทบทวนเรื่องการยกกำลังที่เป็นการคูณกันด้วยเลขเดิมซ้ำ ๆ
2. ครูทบทวนสูตร $\sqrt[n]{a^n} = a$ คือรากอันดับเดียวกันกับยกกำลังจะทำให้รากหลุด
3. ครูทบทวนเศษส่วนที่ต้องใช้ตัวเศษเท่ากับตัวส่วนเศษส่วนจึงจะหลุด เช่น $\frac{5}{5} = 1$

ขั้นสอน (ใช้เวลา 40 นาที)

1. ครูพานักเรียนเปรียบเทียบว่าเศษส่วนก็ต้องการเศษที่เท่ากับตัวส่วน เศษส่วนจึงจะหลุด และรากก็ต้องการเลขยกกำลังเท่ากับมันจึงจะหลุดออกจากราก ดังนั้นเราจึงใช้แนวคิดเดียวกันกับเศษส่วนและเขียนการติดรากใหม่ได้เป็นดังนี้

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ นั่นคืออันดับของรากสามารถเขียนในรูปตัวส่วนของเลขยกกำลังได้

2. ครูเขียนสูตรเพิ่มดังนี้ $a^{\frac{n}{m}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^n$ นั่นคือเราสามารถแยกมาเฉพาะตัวส่วนเพื่อพิจารณาได้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการจัดรูปได้

3. ครูยกตัวอย่างการใช้งานสูตร เช่น $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$ หรือ $\sqrt[4]{15} = 15^{\frac{1}{4}}$

4. ครูยกตัวอย่างการใช้สูตรในการจัดรูป เช่น $\sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ พร้อมอธิบายเสริมว่าหากเป็นรูปของเศษส่วนจะง่ายต่อการตัดทอนมากกว่า

5. ครูเน้นย้ำว่าการจะตัดทอนในรูปยกกำลัง เช่น $6^{\frac{2}{2}} = 6$ ต้องจำไว้เสมอว่ายกกำลังด้วยตัวส่วนคือราก และหากรากเป็นเลขคู่เลขฐานจะติดลบไม่ได้ นั่นคือหลักตัดจะมีเงื่อนไข $6 \geq 0$ โดยกรณีเช่นนี้มักจะปรากฏในกรณีที่เป็นตัวแปรไม่ทราบค่า เช่น $x^{\frac{2}{2}} = |x|$ นั่นคือ $x \geq 0$

6. ครูพานักเรียนทำตัวอย่าง $27^{\frac{5}{3}}$

แนวคำตอบ จัดรูปใหม่จะได้ $(\sqrt[3]{27})^5 = 3^5 = 243$

7. ครูเสริมตัวอย่าง $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ หรือหากเขียนเป็นยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า $8^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2 \times 2^{\frac{1}{2}}$ โดยครูอธิบายเพิ่มว่าการเขียนเศษส่วนในลักษณะนี้เรียกอีกชื่อว่าจำนวนคละ

8. ครูเสริมให้ว่า นอกจากนี้ข้อดีของการเปลี่ยนรูปของจำนวนจากรากไปเป็นยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะยังมีประโยชน์อีก นั่นคือการยกกำลังจะมีสมบัติที่เข้าใจได้ง่ายกว่าสมบัติของเรีกราก ซึ่งจะได้เจอในตัวอย่างของชั่วโมงถัดไป

ขั้นสรุป (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูสรุปสูตร $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ และสูตร $a^{\frac{n}{m}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^n$ ให้นักเรียนฟัง
2. ครูยกตัวอย่างกรณีที่เปลี่ยนรูปมาเป็นยกกำลังแล้วจะตัดทอนได้ง่ายกว่า
3. ครูยกตัวอย่างกรณีที่เปลี่ยนรูปมาเป็นรากแล้วจะคำนวณได้ง่ายกว่า
4. ครูตอบข้อสงสัยของนักเรียน

ชั่วโมง 2

ขั้นเตรียม (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูทบทวนสูตร $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$ และ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ คือรากอันดับเดียวกันสามารถนำมาอยู่ภายใต้รากเดียวกันได้
2. ครูทบทวนสูตร $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ คือสามารถเขียนอันดับของรากเป็นยกกำลังด้วยตัวส่วนได้
3. ครูทบทวนสูตร $a^n \times a^m = a^{n+m}$ และ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

ขั้นสอน (ใช้เวลา 40 นาที)

1. ครูพูดถึงการคูณจำนวนที่ติดราก เช่น $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{16}$ ว่าต้องอันดับรากเท่ากันจึงจะกระทำกันได้อ
2. ครูให้นักเรียนเขียนจำนวนที่ติดรากข้อก่อนหน้าเป็นรูปยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะ พร้อมชี้ให้นักเรียนว่าที่บวกกันได้เพราะตัวส่วนเท่ากัน แต่จริง ๆ แล้วเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากันก็ยังสามารถบวกกันได้

แนวคำตอบ $4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{3}}$

3. ครูยกตัวอย่างการบวกเศษส่วนที่ไม่เท่ากัน เช่น $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} = \frac{25+6}{15} = \frac{31}{15}$
4. ครูยกตัวอย่างกรณีที่แปลงเป็นยกกำลังแล้วจะจัดรูปง่ายขึ้น เช่น $\sqrt[5]{3^2} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{6+5}{15}} = 3^{\frac{11}{15}} = \sqrt[15]{3^{11}}$

5. ครูพูดถึงการหารที่จะนำเลขชี้กำลังมาลบกัน เช่น $\frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt{5}} = \frac{5^{\frac{4}{3}}}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}} = 5^{\frac{8-3}{6}} = 5^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{5^5}$

6. ครูพาทำตัวอย่าง $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt[3]{16}}{4} = \frac{\sqrt{2^3} \times \sqrt[3]{2^4}}{2^2} = 2^{\frac{3}{2} + \frac{4}{3} - 2} = 2^{\frac{9+8-12}{6}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5}$

ขั้นสรุป (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูสรุปสูตร $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, $a^n \times a^m = a^{n+m}$ และ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
2. ครูยกตัวอย่างกรณีที่อยู่ในรูปรากจะจัดรูปลำบาก แต่สามารถสลับเป็นยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะได้ เช่น $\sqrt[5]{7} \times \sqrt[3]{7^2}$

3. ครูพูดถึงข้อจำกัดว่า สูตรจะได้บางกรณี เช่นกรณีที่เลขฐานเหมือนกัน
4. ครูตอบข้อสงสัยของนักเรียน

ชั่วโมง 3

ขั้นเตรียม (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูทบทวนสูตรการบวกและการลบรากที่ต้องมีค่าและอันดับของรากเท่ากันจึงจะกระทำกันได้
2. ครูทบทวนสูตร $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ คือสามารถเขียนอันดับของรากเป็นยกกำลังด้วยตัวส่วนได้

ขั้นสอน (ใช้เวลา 40 นาที)

1. ครูพูดถึงการบวกลบจำนวนที่ติดราก เช่น $2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} = 5\sqrt[3]{5}$ ว่าต้องอันดับรากและค่าภายในรากเท่ากันจึงจะกระทำกันได้
2. ครูให้นักเรียนเขียนจำนวนที่ติดรากข้อก่อนหน้าเป็นรูปยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะ พร้อมชี้ให้นักเรียนเห็นว่าเมื่อเป็นสิ่งเดียวกัน จึงจะกระทำกันได้

แนวคำตอบ $2\left(5^{\frac{1}{3}}\right) + 5^{\frac{1}{3}} = 3\left(5^{\frac{1}{3}}\right)$

3. ครูกล่าวว่ากรณีที่เขียนในรูปรากกับกรณีที่เขียนในรูปยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะจะไม่ค่อยต่างกันเท่าไร แต่จุดที่ต่างกันคือหากเป็นยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะจะมองให้ตัวเลขตัดทอนกันง่ายขึ้น
4. ครูยกตัวอย่างกรณีที่แปลงเป็นการยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะแล้วจะพิจารณาได้ง่ายกว่า เช่น $5\sqrt[6]{3^2} - 2\sqrt[3]{3} = 5\left(3^{\frac{2}{6}}\right) - 2\left(3^{\frac{1}{3}}\right) = 5\left(3^{\frac{1}{3}}\right) - 2\left(3^{\frac{1}{3}}\right) = 3\left(3^{\frac{1}{3}}\right)$
5. ครูพูดถึงการเขียนเป็นจำนวนคละที่ช่วยในการจัดรูปได้บางกรณี เช่น $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$
6. ครูพานักเรียนทำตัวอย่าง $\sqrt[6]{27} + 7\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{6}} + 7\left(27^{\frac{1}{3}}\right) = 3^{\frac{1}{2}} + 7\left(3^{\frac{1}{2}}\right)$
จะได้ $= 3^{\frac{1}{2}} + (7 \times 3)\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = 3^{\frac{1}{2}} + 21\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = 22\left(3^{\frac{1}{2}}\right)$

ขั้นสรุป (ใช้เวลา 5 นาที)

1. ครูสรุปการบวกและการลบกันของรากที่ต้องมีค่าและอันดับของรากเท่ากัน
2. ครูสรุปการแปลงจากรากให้เป็นยกกำลังด้วยจำนวนตรรกยะ พร้อมบอกว่าข้อดีคือสามารถพิจารณาการตัดทอนได้ง่ายกว่า
3. ครูตอบข้อสงสัยของนักเรียน

8. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
8.1 อธิบาย ความหมายของเลข ยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะได้	การส่งงานและ การตรวจสอบ ความถูกต้อง	ชิ้นงานที่ 18 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ชิ้นงานที่ 19 เรื่องการคูณและหารเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ชิ้นงานที่ 20 เรื่องการบวกและลบเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	- ทำถูกเกินร้อยละ 50 ให้ คะแนนเต็ม - ทำถูกไม่เกินร้อยละ 50 หัก 0.5 คะแนน
8.2 เขียนแปลงเลข ยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะในรูปติดราก ได้	การส่งงานและ การตรวจสอบ ความถูกต้อง	ชิ้นงานที่ 18 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ชิ้นงานที่ 19 เรื่องการคูณและหารเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ชิ้นงานที่ 20 เรื่องการบวกและลบเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	- ทำถูกเกินร้อยละ 50 ให้ คะแนนเต็ม - ทำถูกไม่เกินร้อยละ 50 หัก 0.5 คะแนน
8.3 รับผิดชอบต่อ หน้าที่ที่ได้รับ มอบหมาย	สังเกตพฤติกรรม ในห้องเรียน รายบุคคล	แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล	- ได้คะแนนเฉลี่ยอย่าง น้อยระดับ 3 คะแนนขึ้นไป

9. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

9.1 สื่อการเรียนการสอน

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1.3
- 2) วีดิโอเรียนย้อนหลัง <https://youtu.be/WE3hYVmXdTo>
- 3) บอร์ดเลขยกกำลังที่พบบ่อย

9.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต จาก <https://rathcenter.com/old-web/Sheet/PowrNm.pdf>

สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประจำแผนการจัดการเรียนรู้

1. ด้านความรู้ (K)

นักเรียนร้อยละ.....อธิบายความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้

.....

.....

.....

2. ด้านทักษะกระบวนการ (P)

นักเรียนร้อยละ.....เขียนแปลงเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในรูปติดรากได้

.....

.....

.....

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

นักเรียนร้อยละ.....รับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย.....

.....

.....

.....

4. ปัญหาอุปสรรค

.....

.....

.....

5. วิธีแก้ไขปัญหา/ข้อเสนอแนะอื่นๆ

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายจักรภัทร เรืองคำ)

ครู

ชิ้นงานที่ 18

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

1. จงจัด $27^{\frac{5}{3}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ จัดรูปใหม่จะได้ $(\sqrt[3]{27})^5 = 3^5 = 243$

ชิ้นงานที่ 19

เรื่อง การคูณและหารเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

1. จงจัด $4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{3}}$

2. จงจัด $\sqrt[5]{3^2} \times \sqrt[3]{3}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $3^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{6+5}{15}} = 3^{\frac{11}{15}} = \sqrt[15]{3^{11}}$

3. จงจัด $\frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt{5}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $\frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt{5}} = \frac{5^{\frac{4}{3}}}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}} = 5^{\frac{8-3}{6}} = 5^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{5^5}$

4. จงจัด $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt[3]{16}}{4}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt[3]{16}}{4} = \frac{\sqrt{2^3} \times \sqrt[3]{2^4}}{2^2} = 2^{\frac{3}{2} + \frac{4}{3} - 2} = 2^{\frac{9+8-12}{6}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5}$

ชิ้นงานที่ 20

เรื่อง การบวกและลบเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

1. จงจัด $5\sqrt[6]{3^2} - 2\sqrt[3]{3}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $5\sqrt[6]{3^2} - 2\sqrt[3]{3} = 5\left(3^{\frac{2}{6}}\right) - 2\left(3^{\frac{1}{3}}\right) = 5\left(3^{\frac{1}{3}}\right) - 2\left(3^{\frac{1}{3}}\right) = 3\left(3^{\frac{1}{3}}\right)$

2. จงจัด $\sqrt[6]{27} + 7\sqrt{27}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แนวคำตอบ $\sqrt[6]{27} + 7\sqrt{27} = 27^{\frac{1}{6}} + 7\left(27^{\frac{1}{2}}\right) = 3^{\frac{3}{6}} + 7\left(3^{\frac{3}{2}}\right) = 3^{\frac{1}{2}} + 7\left(3^{1\frac{1}{2}}\right)$

จะได้ $3^{\frac{1}{2}} + (7 \times 3)\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = 3^{\frac{1}{2}} + 21\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = 22\left(3^{\frac{1}{2}}\right)$